

# Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2020

## Exercice 1 – Retour à la ligne – 7 points -

Plusieurs façons d'aborder le problème. En voici une :

En une heure, le plus rapide fait 20 tours ; le moyen 16 tours et le plus lent 12 tours.

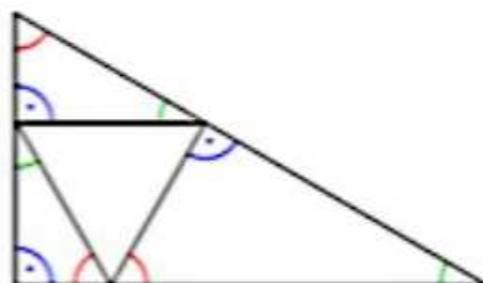
20 ; 16 et 12 sont divisibles par 4. On en déduit qu'en un quart d'heure, le premier fait 5 tours le second 4 tours et le troisième 3 tours. Au bout d'un quart d'heure ils se retrouvent tous les trois sur la ligne de départ.

**Les trois enfants se retrouvent sur la ligne de départ la première fois au bout d'un quart d'heure, soit 15 min.**

## Exercice 2 – Tous pour un – 5 points -

Exemple d'exercice où les élèves commenceront par tâtonner et par faire une figure à main levée. La solution est unique.

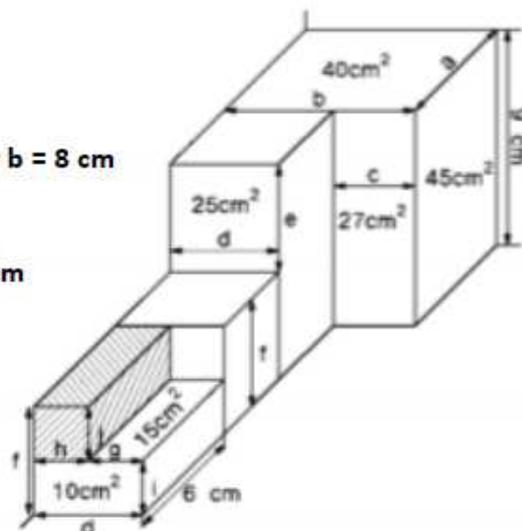
Les angles bleus sont droits, les rouges font  $60^\circ$  et les verts  $30^\circ$ .



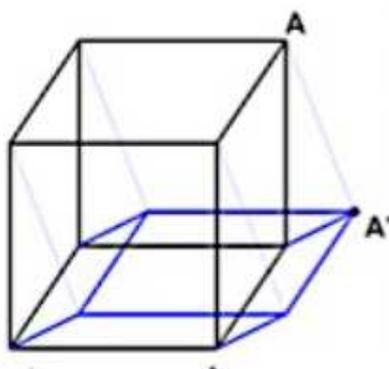
## Exercice 3 – De pavé en pavé – 7 points -

- la face de  $45 \text{ cm}^2$  permet de trouver  **$a = 5 \text{ cm}$**
- cette mesure et la face de  $40 \text{ cm}^2$  permettent de trouver  **$b = 8 \text{ cm}$**
- la face de  $27 \text{ cm}^2$  permet de trouver  **$c = 3 \text{ cm}$**
- on obtient alors  $d = b - c = 5$   **$d = 5 \text{ cm}$**
- à l'aide de  $d$  et de la face de  $25 \text{ cm}^2$  on obtient  **$e = 5 \text{ cm}$**
- $f = 9 - e = 4$   **$f = 4 \text{ cm}$**
- $g \times 6 = 15 \text{ cm}^2$ , d'où  **$g = 2,5 \text{ cm}$**
- $h = d - g = 5 - 2,5 = 2,5$   **$h = 2,5 \text{ cm}$**
- $d \times i = 10 \text{ cm}^2$   $i = 10 : 5 = 2$   **$i = 2 \text{ cm}$**
- $j = f - i = 4 - 2 = 2$   **$j = 2 \text{ cm}$**

$2,5 \times 2 \times 6 = 30$  **Le volume du pavé hachuré est  $30 \text{ cm}^3$**



## Exercice 4 – Ici l'ombre ! – 5 points -



Quelques notions pour pouvoir tracer l'ombre sur la table :

- la lumière se déplace en ligne droite ;
- deux segments parallèles dans l'espace auront des ombres parallèles sur la table ;
- deux segments de même longueur et parallèles dans l'espace auront des ombres de même longueur sur la table ;
- l'ombre d'un point situé sur la table est confondue avec ce point.

### Exercice 5 – Question de sens – 7 points -

L'assemblage d'Olivier est un cylindre de hauteur  $h = 1,8$  et de rayon  $r = \frac{1,5}{2\pi}$  (dimensions en m)

$$\text{Volume de l'assemblage d'Olivier (en m}^3\text{)} : V_1 = \left(\frac{1,5}{2\pi}\right)^2 \times \pi \times 1,8 = \frac{2,025}{2\pi}$$

L'assemblage de Rose est un cylindre de hauteur  $h = 1,5$  et de rayon  $r = \frac{1,8}{2\pi}$  (dimensions en m)

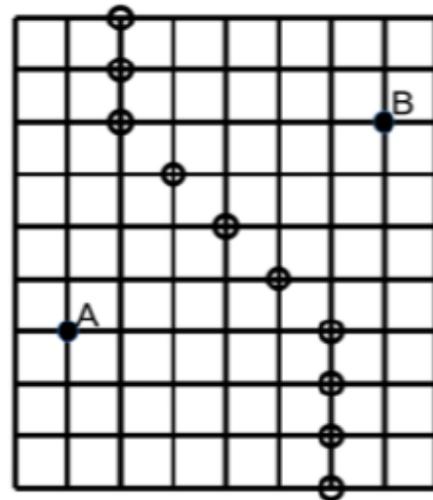
$$\text{Volume de l'assemblage de Rose (en m}^3\text{)} : V_2 = \left(\frac{1,8}{2\pi}\right)^2 \times \pi \times 1,5 = \frac{2,430}{2\pi}$$

$$\text{Augmentation du volume : } \frac{V_2}{V_1} = \frac{2,430}{2,025} = 1,2 \text{ ou } V_2 = 1,2V_1$$

**Le réservoir de Rose peut contenir 20 % de plus que celui d'Olivier.**

*Remarque :* le réservoir d'Olivier contient environ 16,7 % de moins que celui de Rose.

### Exercice 6 – Mediapolys – 5 points -

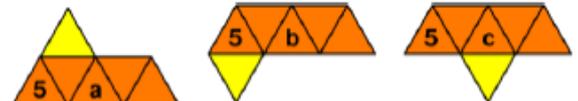


### Exercice 7 – Hexamant – 7 points -

L'hexamant à six triangles alignés est unique, c'est un parallélogramme :



Avec cinq triangles alignés plus un sixième, on trouve facilement les trois possibilités, nommées 5a, 5b et 5c



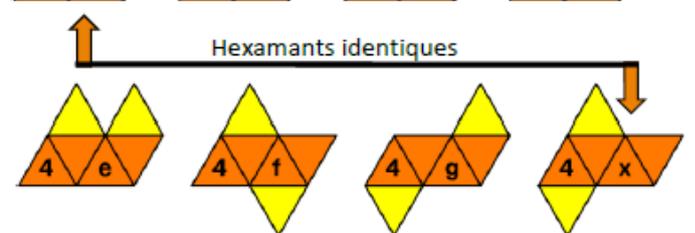
Avec 4 triangles alignés, on trouve assez facilement les quatre possibilités 4a, 4b, 4c et 4d



Par contre avec quatre triangles alignés accompagnés de deux triangles non solidaires, on serait tenté de valider

l'hexamant 4x qui n'est autre que le 4a.

Il y a donc trois hexamants supplémentaires : les 4e, 4f et 4g :



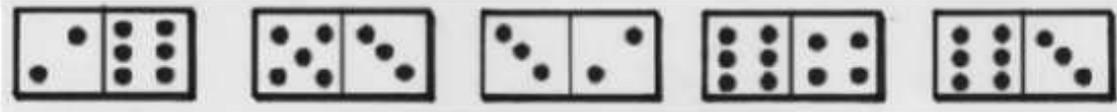
Et avec seulement trois triangles alignés, il ne reste plus qu'un seul hexamant :



**Au total, il y a 12 hexamants différents non superposables.**

### Exercice 8 – ... Dominateur... – 5 points -

On commence par trouver les deux fractions possibles correspondant à chaque domino :



$$\frac{1}{3} \text{ ou } 3$$

$$\frac{5}{3} \text{ ou } \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{2} \text{ ou } \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2} \text{ ou } \frac{2}{3}$$

$$2 \text{ ou } \frac{1}{2}$$

Avec un travail sur les fractions, deux solutions se dégagent, avec dans l'ordre des dominos :

$$\frac{6}{2} + \frac{5}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{6}{3} = 8 \quad \text{et} \quad \frac{2}{6} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{6}{3} = 7$$

### Exercice 9 – C'est carrément plié – 7 points -

Pour le motif A, on plie la feuille au  $\frac{1}{5}$  sur chacun des côtés afin d'obtenir 5 x 5 cases.

Puis on replie vers le centre une bande de chaque côté.



Pour le motif B :



Puis on retourne le tout :



### Exercice 10 – Du pareil au même – 10 points 3<sup>e</sup> -

Le nombre de départ s'écrit :  $1\,000a + 100b + 10c + d$

L'algorithme amène à calculer :  $a + (10a + b) + (100a + 10b + c) = 111a + 11b + c$

En multipliant ce résultat par 9, on obtient :  $999a + 99b + 9c$

Enfin en rajoutant la somme des chiffres de départ :

$$999a + 99b + 9c + a + b + c + d = 1\,000a + 100b + 10c + d \text{ soit le nombre de départ}$$

### Exercice 11 – 2021 en premiers – 5 points 2<sup>nde</sup> -

Le calcul revient à  $2021 = a \times b$

Or la seule « factorisation » de 2021 en deux facteurs premiers est  $2021 = 43 \times 47$

D'où les couples solutions :

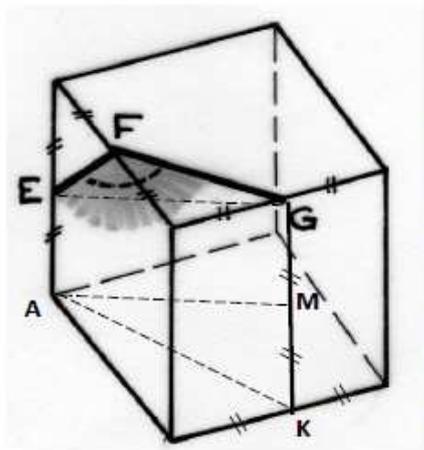
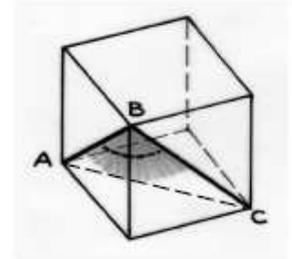
**(43 ; 47) et (47 ; 43)**

### Exercice 12 – Sous le bon angle – 7 points – 2<sup>nde</sup>

Les segments [AB], [AC] et [BC] sont des diagonales de trois faces du cube, elles ont même mesure  $AB = AC = BC$ .

Le triangle ABC est équilatéral.

Donc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$



On calcule à l'aide du théorème de Pythagore :  $EF = FG = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Le triangle AMK est rectangle en K, d'après le théorème de Pythagore :

$$AM^2 = AK^2 + KM^2 = \frac{5a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{6a^2}{4} \quad AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

AEGM est un parallélogramme, d'où  $EG = AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Soit J le milieu de EG, EFG étant un triangle isocèle, (FJ) est la médiatrice de [EG], on peut calculer  $\sin \widehat{EFJ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , et reconnaître que  $\widehat{EFJ} = 60^\circ$

D'où  $\widehat{EFG} = 120^\circ$

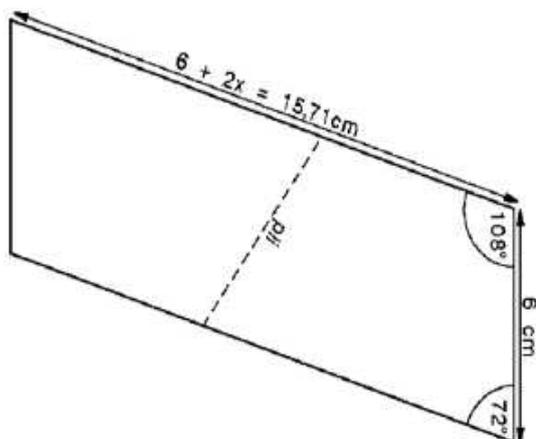
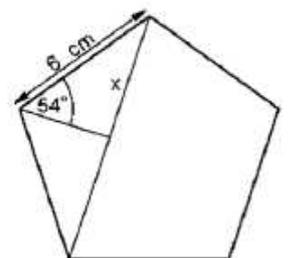
Remarque : Certains élèves verront peut-être que la section du cube par le plan EFG est un hexagone régulier, d'où l'angle de  $120^\circ$ .  
Le démontrer n'est pas facile.

### Exercice 13 – Pentapli – 10 points – 2<sup>nde</sup> GT

Un pentagone régulier a des angles intérieurs de  $108^\circ$ , et le dessin ci-contre permet de trouver à l'aide de la trigonométrie la valeur de  $x$  :

$$\sin 54^\circ = \frac{x}{6} \quad \text{et donc } 2x \approx 9,71 \text{ cm}$$

et le long côté du parallélogramme mesure :  $6 + 2x \approx 15,71 \text{ cm}$ .



On a alors toutes les mesures qu'il faut pour construire le parallélogramme ci-dessous et le plier selon l'endroit indiqué pour réaliser le pentagone.

### Exercice 13 – Craquer le code – 10 points - 2<sup>nde</sup> Pro

On remarque que dans la colonne A, on fait « A + B » ; dans la colonne, B, on fait « C – B »  
et dans la colonne C, on fait « A + C ».

Autrement dit, on saisit les formules suivantes :

dans A2 « =A1+B1 », dans B2 « =C1–B1 » et dans C3 « =A1+C1 », puis on tire vers le bas.

Il ne reste plus qu'à faire un tableau informatique, d'y entrer les trois nombres de la première ligne, de programmer dans la deuxième ligne les calculs cités ci-dessus, puis de dupliquer cette 2<sup>e</sup> ligne jusqu'à la 20<sup>e</sup>.

Ci-contre un extrait de ce tableau avec les nombre demandés.

Lignes	A	B	C	Somme (A+B+C)
1	4	2	5	11
2	6	3	9	18
3	9	6	15	30
4	15	9	24	48
5	24	15	39	78
20	32838	20295	53133	106266

# Épreuve de découverte 2021

## Productions attendues et suggestions pour le barème

### Document établi à l'attention des traducteurs et des correcteurs de l'épreuve

*Les barèmes proposés sont purement indicatifs. Ils pourront évidemment être modifiés localement en fonction des priorités pédagogiques et de la teneur des programmes de mathématiques dans tel ou tel pays. Ils pourront également être adaptés au vu des productions des élèves qui sont parfois surprenantes et inattendues...*

L'équipe de conception des sujets  
de Mathématiques sans Frontières

Pour tout exercice :

- ✓ on attribuera 0 point lorsqu'une feuille-réponse a été rendue mais que celle-ci ne contient que des éléments totalement faux montrant que l'exercice n'a pas été compris. On s'efforcera toutefois autant que possible de valoriser toute trace de recherche pertinente ;
- ✓ on notera NT lorsque l'exercice n'a pas été traité (feuille blanche ou non rendue).

Les mots dans "objectifs-compétences" servent à faire des recherches dans la base de données des exercices MsF en ligne sur internet. Ainsi, tout professeur qui recherche un exercice spécifique, pour un travail en classe au cours de l'année peut le retrouver par une recherche sur le thème du programme ou les compétences que l'on cherche à travailler.

### Exercice 1 – Retour à la ligne – 7 points -

**Objectifs et compétences :** vitesse, proportionnalité, logique, divisibilité, rédaction.

*Communiquer, raisonner, calculer, modéliser.*

**Barème proposé :** Qualité de la rédaction en langue : **3 pts**

Raisonnement, explications : **4 pts**

(un calcul correct de proportionnalité sur les vitesses : **1 pt**)

### Exercice 2 – Tous pour un – 5 points -

**Objectifs et compétences :** triangle, angle, manipulation, assemblage, somme des angles.

*Chercher, représenter, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** **3 pts** pour le calcul des angles

**2 pts** pour la figure

### Exercice 3 – De pavé en pavé – 7 points -

**Objectifs et compétences :** solide, aire, volume, pavé, parallélépipède rectangle.

*Chercher, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** **2 pts** pour les longueurs a, b, c

**2 pts** pour les longueurs d, e, f

**2 pts** pour les longueurs g, h, i, j

**1 pt** pour le volume demandé

### Exercice 4 – Ici l'ombre ! – 5 points -

**Objectifs et compétences :** projection, parallélisme, parallèles, cube, transformations du plan

*Chercher, représenter.*

**Barème proposé :** **1 pt** pour quelques points trouvés

**2 pts** pour un tracé approximatif **ou 4 pts** pour un tracé correct

## Exercice 5 – Question de sens – 7 points -

**Objectifs et compétences :** cylindre, volume, pourcentage, pourcentage d'augmentation  
*Communiquer, calculer.*

**Barème proposé :** 1 pt pour la formule du volume d'un cylindre  
1,5 pts pour l'application au cylindre de Rose  
1,5 pts pour l'application au cylindre d'Olivier  
3 pts pour l'explication avec un bon argument et la réponse

## Exercice 6 – Mediapolys – 5 points -

**Objectifs et compétences :** distance, équidistance, géométrie plane.  
*Chercher, représenter, raisonner.*

**Barème proposé :** 2 pts pour les 3 intersections en haut  
2 pts pour les 4 intersections en bas  
1 pt pour la "diagonale"

## Exercice 7 – Hexamant – 7 points -

**Objectifs et compétences :** triangles équilatéraux, dénombrement, pavage du plan.  
*Chercher, représenter.*

**Barème proposé :** 2 pts pour 3 hexamants différents non superposables  
3 pts pour 4 hexamants différents non superposables  
4 pts pour 8 hexamants différents non superposables  
5 pts pour 10 hexamants différents non superposables  
6 pts pour tous les hexamants même si certains se superposent  
7 pts pour 12 hexamants différents non superposables exactement

## Exercice 8 –... Dominateur ...– 5 points -

**Objectifs et compétences :** fraction, écriture fractionnaire, nombre, quotient, somme  
*Chercher, calculer.*

**Barème proposé :** 2 pts pour les deux fractions possibles pour chaque domino  
3 pts pour les deux solutions

## Exercice 9 – C'est carrément plié – 7 points –

**Objectifs et compétences :** pliage, manipulation, géométrie plane, vision dans l'espace  
*Chercher, représenter.*

**Barème proposé :** 3 pts pour le motif A  
4 pts pour le motif B

## Exercice 10 – Du pareil au même – 10 points –

**Objectifs et compétences :** programme de calcul, fonction, décomposition d'un nombre, calcul littéral  
*Communiquer, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** 3 pts pour la décomposition du nombre de départ  
2 pts pour  $111a + 11b + c$   
2 pts pour multiplier par 9  
3 pts pour la somme et la réponse

## Exercice 11 – 2021 en premiers – 5 points (2<sup>nde</sup>)-

**Objectifs et compétences :** calcul, nombre premier, factorisation, décomposition en facteurs premiers  
*Chercher, calculer.*

**Barème proposé :** 2 pts pour le calcul  
1 pt pour les factorisations possibles de 2021  
1 pt pour le premier couple solution  
1 pt pour le deuxième couple solution

## Exercice 12 – Sous le bon angle – 7 points (2<sup>nde</sup>)-

**Objectifs et compétences :** angle, trigonométrie, géométrie plane, géométrie dans l'espace, section, vision dans l'espace, Pythagore

*Communiquer, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** 2 pts pour la première figure

(ABC est équilatéral et le résultat du premier angle)

5 pts pour la deuxième figure

(2 pts pour EF avec Pythagore + 2 pts pour l'usage correct de la trigonométrie + 1 pt pour le deuxième angle)

ou 5 pts si la conclusion est justifiée par l'hexagone régulier avec démonstration

## Exercice 13 – Pentapli – 10 points (2<sup>nde</sup> GT)-

**Objectifs et compétences :** pliage, pentagone, angle, trigonométrie, parallélogramme

*Chercher, représenter, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** 2 pts pour le bon usage de la trigonométrie

2 pts pour les mesures des angles du quadrilatère

2 pts pour "parallélogramme"

2 pts pour les bonnes dimensions du parallélogramme

2 pts pour le pliage

## Exercice 13 – Craquer le code – 10 points (2<sup>nde</sup> PRO)-

**Objectifs et compétences :** calculs, algorithme, tableur, code, logique

*Chercher, communiquer, raisonner, calculer.*

**Barème proposé :** 3 pts pour le premier code

3 pts pour le deuxième code

4 pts pour la qualité de l'explication dans l'utilisation du tableur (avec les formules utilisées)