Exercice 1 LV– *Tik-Tak* – 7 points –
Thème : Logique
Principaux éléments mathématiques travaillés : Durée et horaire, logique, résolutions de problème, raisonnement logico-déductif

Corrigé :

Jean met les piles dans l’horloge du chalet et règle l’heure à 00h00.
Il monte jusqu'au point de vue, note l'heure affichée sur le clocher et redescend immédiatement à son chalet par le même chemin.
Arrivé au chalet, il lit l'heure sur sa pendule et en déduit le temps qu'il a mis pour faire l'aller-retour. Comme la montée prend deux fois plus de temps que la descente, il en déduit que le temps du retour est un tiers du temps de l'aller-retour. Il peut mettre à l'heure sa pendule. Il rajoute le tiers du temps de l’aller-retour à l’heure qu’il a lue sur le clocher.

Thème : Logique
Compétences : Chercher Communiquer
Principaux éléments mathématiques travaillés : Durée et horaire, logique, résolutions de problème.
Capacités : Extraire d’un document les informations utiles, les reformuler et les organiser, calculer une durée et un horaire, expliquer sa démarche et son raisonnement.
Tâches de l’élève : Raisonnement logico-déductif, rédiger son raisonnement.

En Français :

Jean passe un week-end dans un chalet de montagne au fond d’une vallée. Ce chalet n’a pas d’électricité et aucun réseau téléphonique.
Une fois arrivé sur place, sans montre ni téléphone, Jean n’a aucun moyen de connaître l’heure. Dans le chalet il y a une horloge à pile, arrêtée, qu’on ne peut pas déplacer.
Dans ses affaires, il a des piles toutes neuves. Il souhaite régler cette horloge à la bonne heure.
Il sait qu’il y a une église avec une horloge dans le village le plus proche. Pour lire l’heure sur son clocher, il monte au sommet d’une colline d’où il aperçoit le clocher. Comme la pente est raide pour monter sur la colline, il met deux fois plus de temps pour monter que pour descendre.

Expliquer comment Jean peut procéder pour régler l’horloge du chalet sur la bonne heure le plus précisément possible.

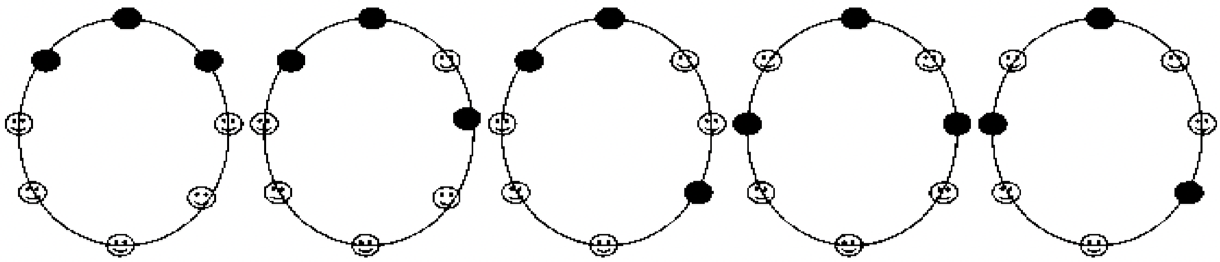
Barème proposé :
3 points pour la langue.
4 points pour le raisonnement

Exercice 2 – *Colliers* – 5 points –
Thème : Stratégie
Principaux éléments mathématiques travaillés : Logique, organisation spatiale.

<u>Corrigé</u>

Un seul collier peut avoir trois perles noires qui se suivent.
Avec deux perles noires qui se suivent, la troisième peut se positionner de deux manières :
soit elle sépare les blanches en une et quatre, soit en deux et trois.
Avec les trois perles noires séparées, les blanches peuvent se répartir en une, une et trois, soit en une, deux et deux.

La représentation des cinq colliers possibles :



Compétences : Chercher
Capacités : Tester, étudier plusieurs organisations spatiales.
Tâches de l'élève : Raisonner par essais-erreurs, établir une liste exhaustive de cas favorables.

Barème proposé :
1 point par collier

Exercice 3 – *Carré de touches* – 7 points –
Thème : Nombres et calculs
Principaux éléments mathématiques travaillés : Addition, équations, critère de divisibilité, arithmétique.

Corrigé

On choisit d'appeler n le premier nombre écrit en haut à gauche du carré de touches choisi. On peut aussi traiter le problème en choisissant d'appeler n le nombre tapé, cela conduit à d'autres calculs.

Avec les nombres choisis sur les lignes de la calculatrice (sauf la ligne du zéro), on obtient quatre possibilités :

n	n + 1
n - 3	n - 2

n + 1	n - 2
n	n - 3

n - 2	n - 3
n + 1	n

n - 3	n
n - 2	n + 1

Le calcul algébrique a – b + c – d des quatre sommes ainsi obtenues donne toujours 0, donc il est divisible par 11.

$n - (n + 1) + (n - 2) - (n - 3) = 0$

$(n + 1) - (n - 2) + (n - 3) - n = 0$

$(n - 2) - (n - 3) + n - (n + 1) = 0$

$(n - 3) - n + (n + 1) - (n - 2) = 0$

La proposition de Laura est vraie quels que soient les quatre chiffres choisis sur le clavier de la calculatrice.

Commentaire :

Cette propriété fonctionne encore avec un rectangle (pas forcément un carré)

Compétences : Chercher, calculer, raisonner.
Capacités : Calculer en utilisant le langage algébrique, démontrer, tester.
Tâches de l'élève : Calculer, disjonction des cas.

Barème proposé :
4 points (1 par carré) pour les calculs mis en équation
2 points pour les vérifications du critère
1 point pour la rédaction de la conclusion

Démonstration du critère de divisibilité par 11

Le critère :

Soit abcd un nombre à 4 chiffres.

Si a - b + c - d est égal à zéro alors abcd est divisible par 11

Une démonstration :

abcd = 1000 a + 100 b + 10 c + d
= 1001 a - a + 99 b + b + 11 c - c + d
= 11 x (91 a + 9 b + c) - (a - b + c - d)

Si a - b + c - d = 0 alors abcd est divisible par 11

Remarque : la règle s'étend à des nombres de plus de 4 chiffres !

Exercice 4 – *Fourmidable* – 5 points –
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan
Principaux éléments mathématiques travaillés : Longueur (périmètre) d'un cercle, diamètre et rayon d'un cercle.

<u>Corrigé</u>

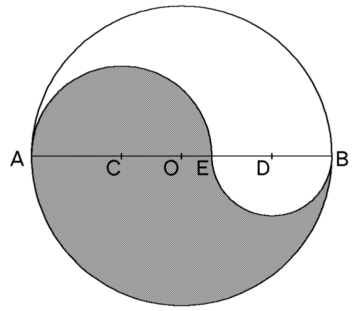
Pour chacun des petits cercles de rayon 1, la longueur du demi-cercle est π.
Pour les autres demi-cercles de rayon 2 la longueur du demi-cercle est 2π.
Pour ceux de rayon 3 la longueur est 3π.
Et enfin pour le grand cercle la longueur est 6π.
De nombreux parcours sont possibles en combinant les arcs de cercle, sans retour en arrière.
Quel que soit le chemin emprunté la fourmi parcourra une longueur de 6π.

Compétences : Calculer
Capacités : Calculer et comparer des grandeurs géométriques.
Tâches de l'élève : Calculer, comparer, disjonction des cas.

Barème proposé : 3 points pour les calculs 2 points pour la rédaction de la conclusion

Exercice 5 – *Côté obscur* – 7 points -
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan – Equations
Principaux éléments mathématiques travaillés : Aire d'un disque, rayon, construction, compas, cercle, échelle, équations.

Corrigé



On pose OA = OB = R et CA = r , alors

$$DB = \frac{(AB - 2AC)}{2} = R - r$$

Aire de la partie sombre :

$$\frac{\pi R^2}{2} + \frac{\pi r^2}{2} - \frac{\pi (R-r)^2}{2} = \pi R \times r$$

Aire de la partie claire :

$\pi R^2 -$ aire de la partie sombre $= \pi R^2 - \pi R \times r$

L'aire de la partie sombre est 1,5 fois plus grande que l'aire de la partie claire :

$\pi R \times r = 1{,}5 \left(\pi R^2 - \pi R \times r\right)$

$\pi R \times r = 1{,}5\ \pi R^2 - 1{,}5\ \pi R \times r$

$2{,}5\ \pi R \times r = 1{,}5\ \pi R^2$

$r = \frac{1{,}5 R}{2{,}5} = \frac{1{,}5 \times 0{,}5}{2{,}5} = 0{,}3$

Le rayon AC vaut 0,3 m.

Compétences : Calculer Raisonner
Capacités : Construire une figure plane, utiliser une échelle, calculer l'aire d'un disque, calculer en utilisant le langage algébrique, choisir et mettre en relation des cadres (numérique et géométrique), résoudre algébriquement une équation.
Tâches de l'élève : Réaliser une figure précise, calculer une aire par décomposition en sous-figures, mise en équation d'un problème géométrique.

Barème proposé :
1 pt pour l'expression de DB en fonction de OB et AC.
2 pts pour le calcul de l'aire sombre
1 pt pour une mise en équation du problème
1 pt pour la conclusion
2 pts pour le dessin à l'échelle

Exercice 6 – *Le début de la fin* – 5 points –

Thème : Nombres et calculs

Principaux éléments mathématiques travaillés : Addition posée, calcul, nombres entiers, décomposition décimale

Corrigé

L'opération posée suivante doit être vérifiée avec a ; b ; c ; d et e étant des nombres entre 0 et 9.

$$\begin{array}{ccccccc} & 2 & a & b & c & d & e \\ + & 4 & 6 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ \hline = & a & b & c & d & e & 2 \end{array}$$

On fait les constations et déductions suivantes :

e + 4 = 2 ou 12 ou 22 ; d'où **e = 8** avec une retenue de 1
1 + d + 1 = 8 ; d'où **d = 6** sans retenue
c + 2 = 6 ; d'où **c = 4** sans retenue
b + 1 = 4 ; d'où **b = 3** sans retenue
a + 6 = 3 ; d'où **a = 7** avec 1 comme retenue
Dernière vérification : 1 + 2 + 4 doit être égal à 7 ; ce qui est le cas !
Vérification finale : 273468 + 461214 = 7344682

Le nombre de départ est : 273 468

Compétences : Chercher Représenter Raisonner

Capacités : Résoudre algébriquement une équation, mettre un problème en équation, tester.

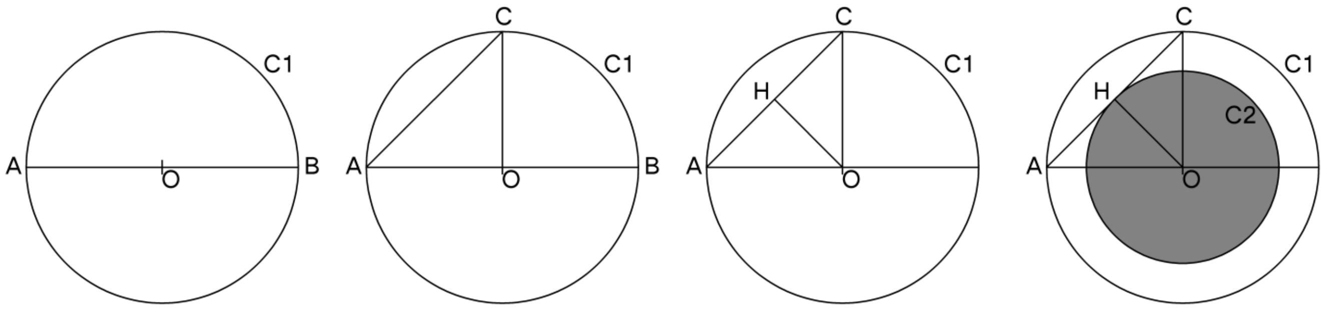
Tâches de l'élève : Poser une addition, calculer, raisonner, raisonner par essais-erreurs, tâtonner.

Barème proposé :
1 pt pour chaque chiffre trouvé avec justification
Une réponse sans explication vaut 2 points.

Exercice 7 – *Partage ciblé* – 7 points –
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan
Principaux éléments mathématiques travaillés : Aire d'un disque, cercle, compas, agrandissement, réduction, théorème de Pythagore, triangles semblables, programme de construction, hauteur, angles dans le triangle rectangle isocèle, construction, échelle.

Corrigé

Un programme de construction possible :
Tracer un cercle C_1 de centre O et de rayon 10 cm (échelle 1/2), puis un diamètre [AB].
Tracer un rayon [OC] perpendiculaire à [AB], puis le segment [AC].
Tracer la hauteur [OH] du triangle ACO.
Tracer le cercle C_2 de centre O et de rayon [OH].



L'aire de C_1 est $\pi \times AO^2$;
L'aire de C_2 est $\pi \times OH^2$;
Le triangle OAC est rectangle isocèle, ses angles à la base mesurent 45°.
Or HAO est aussi rectangle avec un angle de 45°, donc il est isocèle.
En appliquant Pythagore au triangle HAO, on a $HA^2 + HO^2 = AO^2$
Comme $HA^2 = HO^2$, on a $2HO^2 = AO^2$
L'aire de $C_1 = \pi \text{ x } 2\ HO^2 = 2 \text{ x } (\pi \text{ x } HO^2) = 2 \text{ x }$ Aire de C_2.
L'aire de C_2 vaut bien la moitié de celle de C_1.
Les zones grise et blanche ont bien la même aire, chacune valant la moitié de celle de C_1.

Les zones grise et blanche ont la même aire.

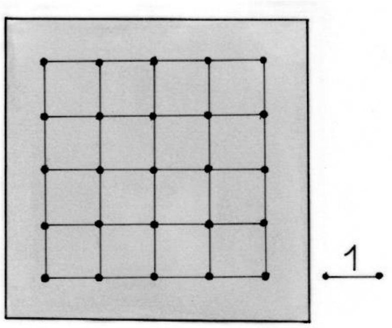
Compétences : Représenter Raisonner Communiquer
Capacités : Construire une figure plane, utiliser des théorèmes et des propriétés géométriques pour calculer des longueurs, calculer l'aire d'un disque, extraire des sous-figures, produire un programme de construction.
Tâches de l'élève : Réaliser une construction précise, justifier, extraire des figures, utiliser des théorèmes et des propriétés géométriques, rédiger.

Barème proposé :
2 pts pour la construction 2 pts pour le programme 3 pts pour la démonstration

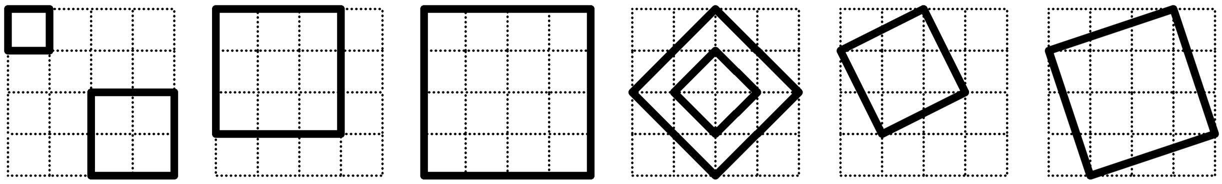
Exercice 8 – *Points²* – 5 points –
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan
Principaux éléments mathématiques travaillés : Théorème de Pythagore, carré, diagonale, racine carrée, triplets pythagoriciens.

<u>Corrigé</u>

Le quadrillage forme un carré de côté 4.
Soit c la mesure du côté d'un carré dont les sommets sont des points du quadrillage.



Voici les différents carrés que l'on peut tracer :



$c = 1$ $c = 2$ $c = 3$ $c = 4$ $c = \sqrt{2}$ $c = \sqrt{5}$ $c = \sqrt{10}$

$c = 2\sqrt{2}$

On peut tracer 8 carrés de dimensions différentes 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$

<u>Commentaire :</u>
Pour prolonger l'exercice, on peut poser la question :
Combien de carrés différents est-il possible de tracer ?

Pour c = 1 : 16 carrés	*Pour c = $\sqrt{2}$: 9 carrés*
Pour c= 2 : 9 carrés	*Pour c = $2\sqrt{2}$: 1 carré*
Pour c = 3 : 4 carrés	*Pour c = $\sqrt{5}$: 8 carrés*
Pour c = 4 : 1 carré	*Pour c = $\sqrt{10}$: 2 carrés*

On peut tracer en tout 50 carrés différents.

Compétences : Chercher Représenter Calculer
Capacités : Utiliser des propriétés géométriques pour calculer des longueurs, calculer avec des nombres de manière exacte, choisir et mettre en relation des cadres (numérique et géométrique).
Tâches de l'élève : Calculer en utilisant le théorème de Pythagore, établir une liste exhaustive de cas favorables.

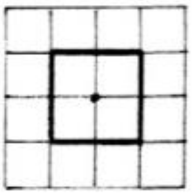
Barème proposé :
1 pt pour les carrés dont les côtés sont entiers, (la moitié si juste le dessin)
2 pts pour les carrés dont les côtés sont $\sqrt{2}$ et $2\sqrt{2}$ (la moitié si juste le dessin)
1 pt pour le carré dont le côté est $\sqrt{5}$ (la moitié si juste le dessin)
1 pt pour le carré dont le côté est $\sqrt{10}$ (la moitié si juste le dessin)

<u>Complément : Le théorème de Pick (1859-1942)</u>
permet de déterminer l'aire de chaque carré

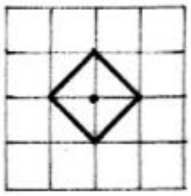
Aire d'un domaine délimité par un polygone à coordonnées entières :

$$\boldsymbol{A = I + \frac{R}{2} - 1}$$

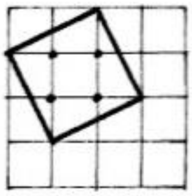
Où I est le nombre de points intérieurs et R le nombre de points situés sur le polygone.



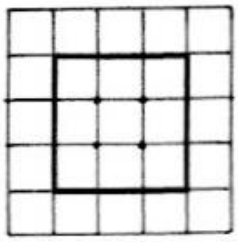
$$A = 1 + \frac{8}{2} - 1$$
$$A = 4$$



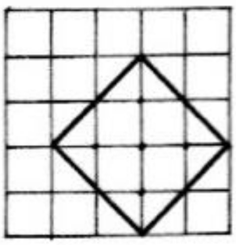
$$A = 1 + \frac{4}{2} - 1$$
$$A = 2$$



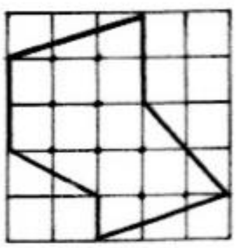
$$A = 4 + \frac{4}{2} - 1$$
$$A = 5$$



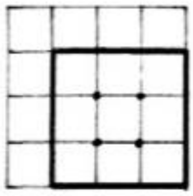
$$A = 4 + \frac{12}{2} - 1$$
$$A = 9$$



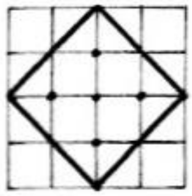
$$A = 5 + \frac{8}{2} - 1$$
$$A = 8$$



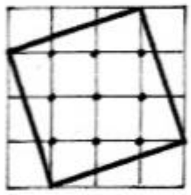
$$A = 9 + \frac{10}{2} - 1$$
$$A = 13$$



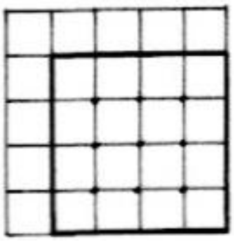
$$A = 4 + \frac{12}{2} - 1$$
$$A = 9$$



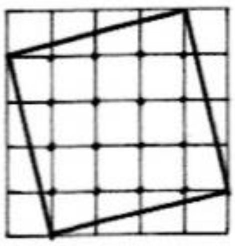
$$A = 5 + \frac{8}{2} - 1$$
$$A = 8$$



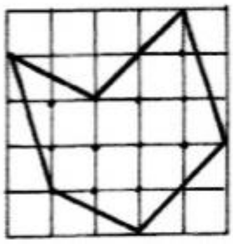
$$A = 9 + \frac{4}{2} - 1$$
$$A = 10$$



$$A = 9 + \frac{16}{2} - 1$$
$$A = 16$$



$$A = 16 + \frac{4}{2} - 1$$
$$A = 17$$

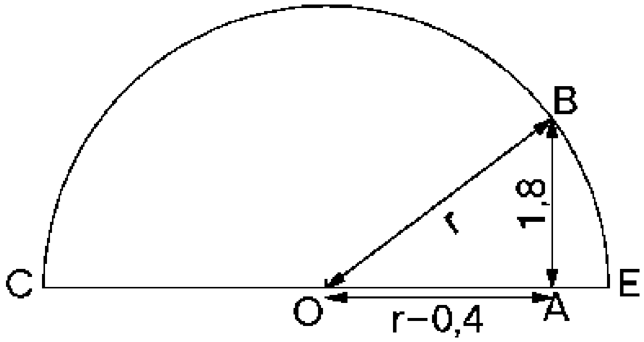


$$A = 10 + \frac{8}{2} - 1$$
$$A = 13$$

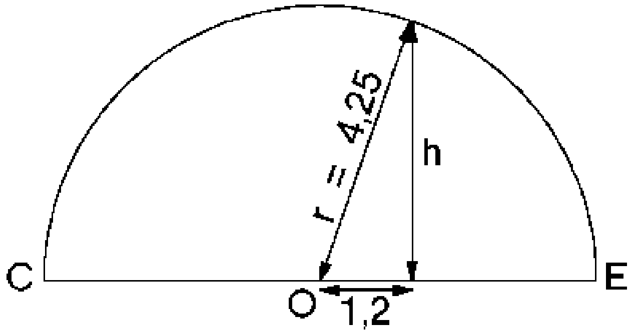
Exercice 9 – *Les routes de l'impossible* – 7 points
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan – Equations
Principaux éléments mathématiques travaillés : Pythagore, équations, distances,

<u>Corrigé</u>

La première chose à faire est de trouver le rayon du tunnel.
On peut appliquer Pythagore dans le dessin ci-contre :
$(r - 0,4)^2 + 1,8^2 = r^2$
La résolution de cette équation permet de trouver le rayon r = 4,25m.



Si le camion passe exactement au milieu du tunnel, il a le plus de chance de traverser.
Un deuxième croquis est nécessaire pour voir si la hauteur du tunnel à cet endroit est suffisante.
Le théorème de Pythagore donne : $h^2 + 1,2^2 = 4,25^2$
En résolvant l'équation, on trouve une hauteur h de 4,077 m,
soit moins que les 4,10 m du camion, donc il ne passera pas.
Le camion ne pourra pas passer sous le tunnel.

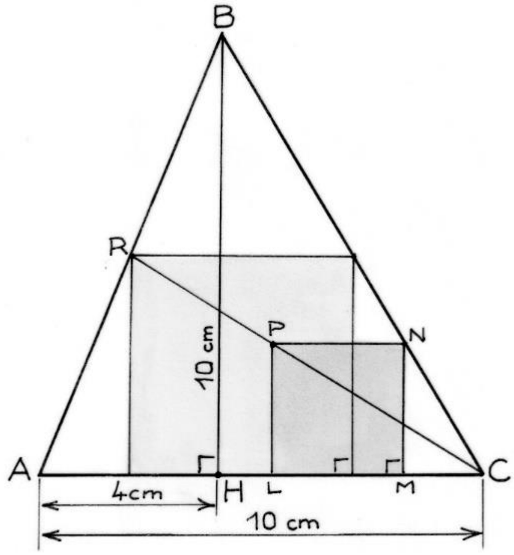


Compétences : Représenter Raisonner Communiquer
Capacités : Mettre un problème en équation, Résoudre algébriquement une équation, utiliser des propriétés géométriques pour calculer des longueurs, choisir et mettre en relation des cadres (numérique et géométrique).
Tâches de l'élève : Utiliser des propriétés et des théorèmes géométriques, mettre en équation un problème géométrique, expliquer sa démarche.

Barème proposé : 3 pts pour le rayon du tunnel, 3 pts pour la hauteur maximale admissible du camion 1 pt pour la conclusion Tout schéma ou croquis pourra être valorisé.

Exercice 10 – *Carrément grandiose* – 10 points -3e
Thème : Grandeurs et mesures – Configuration du plan – Equations
Principaux éléments mathématiques travaillés : Théorème de Thalès, équation, homothétie, construction.

Corrigé :

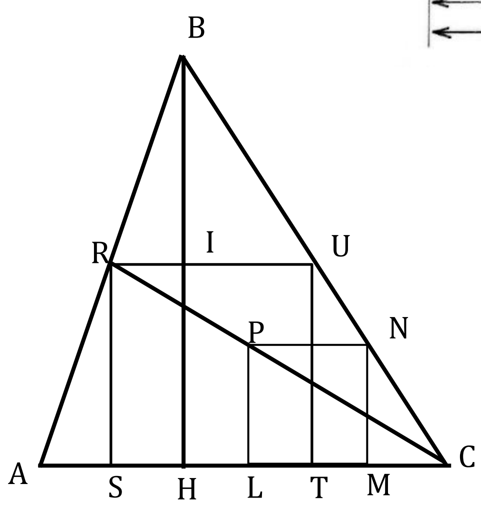


Soit RSTU le grand carré avec S et T sur [AC].
Soit I le point d'intersection entre [BH] et [RU].
[RU] est parallèle à [AC] donc :

$$\frac{BI}{RU} = \frac{BH}{AC} = 1$$

D'où RU = BI
Et comme RU = IH, on a BH = BI + IH = 2RU
Comme BH = 10, RU = 5.

La longueur du côté du plus grand carré qui répond à la question est 5 cm.



Compétences : Représenter Raisonner Communiquer
Capacités : Construire une figure plane, utiliser des théorèmes et des propriétés géométriques pour calculer des longueurs, utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques, utiliser l'effet d'une transformation du plan sur une figure, choisir et mettre en relation des cadres (numérique et géométrique).
Tâches de l'élève : Réaliser une construction précise, justifier, utiliser des propriétés géométriques, expliquer sa démarche.

Barème proposé :
2 pts pour la figure
8 pts pour le calcul et l'explication
Toute recherche sera valorisée.

Autres méthodes :

Niveau 5^e :
Placer un point D de manière à former un parallélogramme ACBD dont [AB] est une diagonale et [RC] la moitié de l'autre diagonale. Les diagonales du parallélogramme se coupent en leurs milieux. BH= 10 cm est la hauteur du parallélogramme, R est le point d'intersection des diagonales, donc R est à 5 cm perpendiculairement de la base [AC]. D'où le côté du carré : 5 cm.

Niveau 4^e :
On note x le côté du carré cherché. En utilisant les notations de la figure précédente : $BI = 10 - x$.
Avec le théorème de Thalès dans BAC et BRU :

$$\frac{x}{10} = \frac{10-x}{10}$$
$$10x = 100 - 10x$$
$$20x = 100$$
$$x = 5$$

Ou bien : Thalès dans AHB avec (RS)//(BH) et Thalès dans BHC avec (TU)//(BH).
$RI = SH = a \text{ et } IU = HT = b$. Soit x le côté du carré.

$$\frac{x}{10} = \frac{4-a}{4} = \frac{6-b}{6}$$

$$\frac{4-a}{4} = \frac{6-b}{6}$$ donne $4\,b = 6a$

Ainsi

$$b = \frac{3}{2}a$$

Or $x = a + b$ d'où $a = \frac{2}{5}x$

En remplaçant dans : $$\frac{x}{10} = \frac{4-a}{4}$$

On obtient :

$$4x = 40 - 4x$$
$$x = 5$$

Niveau 3^e / 2^nde : équations de droites

Avec un repère centré en A et le point D (-6 ;10) (de manière à former un parallélogramme ACBD dont [AB] est une diagonale et [RC] la moitié de l'autre diagonale), on écrit les équations de droites suivantes :
(AB) :

$$f(x) = \frac{10}{4}\,x = \frac{5}{2}\,x$$

(DC) :

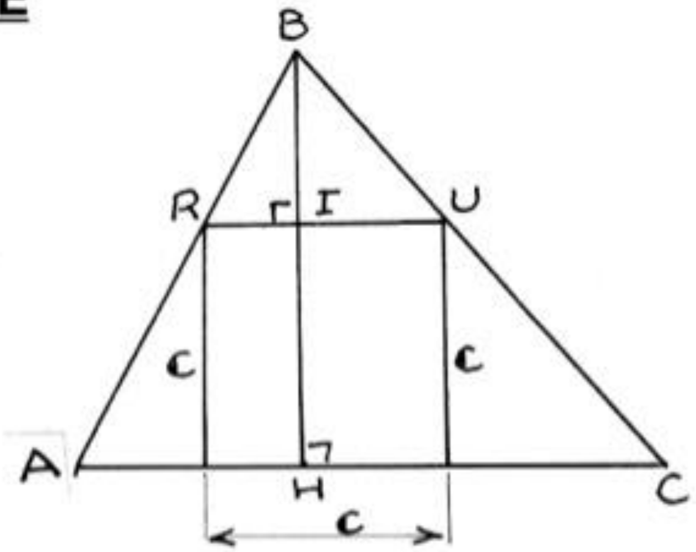
$$g(x) = -\frac{10}{16}\,x + 10 - 6 \times \frac{5}{8} = -\frac{5}{8}x + \frac{25}{4}$$

En R, on a $f(x) = g(x)$
D'où

$$\frac{5}{2}x = -\frac{5}{8}x + \frac{25}{4}$$
$$20x = -5x + 50$$
$$x = 2$$
$$y_R = f(2) = \frac{5}{2} \times 2 = 5$$

Complément :

AIRE DU PLUS GRAND CARRE INSCRIT DANS UN TRIANGLE



Soit le triangle scalène ABC

Dans les triangles semblables :

BRI et BAH on a : $\frac{BI}{RI} = \frac{BH}{AH}$ d'où $RI = \frac{BI \times AH}{BH}$

BIU et BHC on a : $\frac{BI}{IU} = \frac{BH}{HC}$ d'où $IU = \frac{BI \times HC}{BH}$

D'où $RI + IU = \frac{BI \times (AH + HC)}{BH} = \frac{BI \times AC}{BH}$ (1)

On note : $c = RI + IU$ le côté du carré inscrit
$b = AC$ la base du triangle ABC
$h = BH$ la hauteur du triangle ABC

On a : $RI + IU = c$ et $BI = h - c$

La relation (1) s'écrit donc : $c = \frac{(h - c) \times b}{h}$ d'où : $c \times h + c \times b = h \times b$

On en déduit : $c \times (h + b) = h \times b$ d'où : $\boxed{c = \frac{h \times b}{h + b}}$

D'où l'aire du carré inscrit : $\boxed{c^2 = \left(\frac{h \times b}{h + b}\right)^2}$

Conclusion : **L'aire du plus grand carré inscrit à la base d'un triangle scalène, ne dépend que de la base choisie et de la hauteur correspondante**

Exercice 11 – *Jeu habile* – 5 points -2nde
Thème : Stratégie - Probabilité
Principaux éléments mathématiques travaillés : Probabilité, stratégie, chances.

Corrigé

On numérote les sachets 1 et 2.
$p_1(R)$ étant la probabilité d'obtenir une bille rouge dans le sachet 1
et $p_2(R)$ la probabilité d'obtenir une bille rouge dans le sachet 2.
La probabilité d'obtenir 2 billes rouges est égale à $p_1(R)$x $p_2(R)$
Pour maximiser la probabilité on choisit d'avoir une seule bille rouge dans le sachet 1.
$p_1(R)$ est donc égale à 1.
Le produit des probabilités vaut :

$$1 \times \frac{4}{9}$$

Pour maximiser les chances de gagner, Frieda mettra 1 bille dans un des sachets et toutes les autres dans le second sachet.

Compétences : Calculer Raisonner Modéliser Communiquer
Capacités : Choisir un cadre adapté pour présenter et résoudre un problème, effectuer des calculs et des comparaisons pour optimiser une solution, traduire en langage mathématique une situation réelle.
Tâches de l'élève : Modéliser le problème, résoudre par disjonction des cas, raisonner par essais-erreurs, tâtonner, expliquer sa démarche.

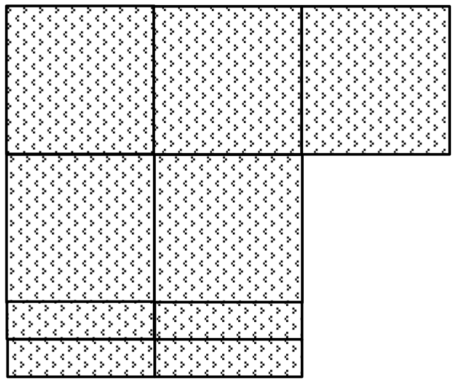
Barème proposé :
5 pts pour la bonne répartition Valoriser les recherches.

Exercice 12 – *Ça déchire !* – 7 points – 2nde
Thème : Nombres et calculs – Grandeurs et mesures
Principaux éléments mathématiques travaillés : Périmètre, calcul littéral, distributivité, développer.

<u>Corrigé</u>

Exercice qui demande de l'imagination et quelques tâtonnements.

Une solution possible ci-contre.
Les carrés ont pour côté x et les rectangles ont pour largeur 1 et pour longueur x.
Le périmètre est bien de $10\,x + 4$
et l'aire de $5\,x^2 + 4\,x$.
Il existe d'autres solutions.



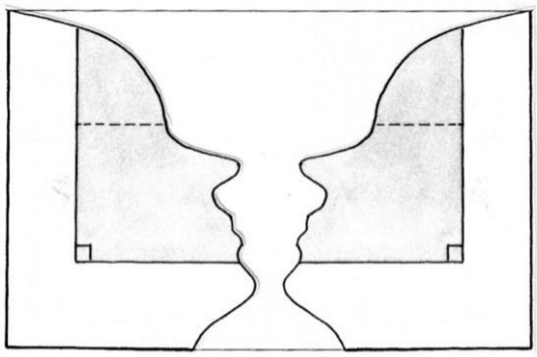
Coup de pouce si besoin **:**

Donner aux élèves les carrés x^2 (5 carrés) et les rectangles 4 cm sur x (4 rectangles)

Compétences : Chercher Calculer Représenter
Capacités : Calculer en utilisant le calcul littéral, calculer des grandeurs géométriques, organiser des données, tester.
Tâches de l'élève : Raisonner par essais-erreurs, tâtonner, utiliser le calcul littéral

Barème proposé : 3 pts pour un dessin correct 3 pts pour les dimensions en fonction de x 1 pt pour la justification

<u>Complément :</u> Notre dessinateur s'est amusé…



Une illusion d'optique bien connue

Exercice 13 – *Triplets* – 10 points
Thème : Nombres et calculs
Principaux éléments mathématiques travaillés : Calcul littéral, substitutions d'inconnues par une valeur numérique, décomposition en produit de facteurs premiers, diviseurs, triplets pythagoriciens.

Corrigé

Si $m = 5$ et $n = 4$, $m^2 = 5^2$ et $n^2 = 4^2$

alors $a = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$; $b = 2mn = 2 \times 5 \times 4 = 40$ et $c = m^2 + n^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

Si $m = 5$ et $n = 4$, on obtient le triplet pythagoricien primitif (9, 40, 41).

Si $b = 2\,024 = 2\times1\,012$, alors $mn = 1012$. Or $1012 = 2^2 \times 11 \times 23$

À noter que si m et n sont pairs alors a, b et c sont aussi pairs et donc ne forment pas un triplet primitif. On peut donc éliminer les cas où m et n sont pairs.

On en déduit les écritures de 1012 en produits de deux facteurs avec au moins un facteur impair : $1012 = 1\times 1012 = 4\times253 = 11\times 92 = 23\times 44$.

m	*n*	*a*	*b*	*c*
1012	1	**1 024 143**	**2024**	**1 024 145**
253	4	**63 993**	**2024**	**64 025**
92	11	**8 343**	**2024**	**8 585**
44	23	**1 407**	**2024**	**2 465**

D'où les **quatre triplets pythagoriciens primitifs, avec $b = 2024$, ci-dessus en gras.**

Compétences : Chercher Calculer
Capacités : Calculer avec des nombres de manière exacte, calculer une expression littérale en substituant les inconnues par des valeurs numériques.
Tâches de l'élève : Calculer, établir une liste exhaustive de cas favorables.

Barème proposé :
2 pts pour le triplet (9,40,41)
2 pts par triplet primitif solution. (4 triplets à 2 pts chacun)

Complément sur la tablette Plimpton 322

La tablette nommée Plimpton 322 est l'un des spécimens les plus connus parmi les nombreuses tablettes d'argile babyloniennes. Elle date d'environ 1800 avant J.-C.
Elle vient d'Irak et a été découverte lors de fouilles illégales puis rachetée vers 1922 par George Plimpton qui la légua à l'Université Columbia.

Cette tablette présente un tableau de nombres en écriture cunéiforme de quatre colonnes et quinze lignes en numération sexagésimale, alors utilisée en Mésopotamie.
Il permettait de résoudre certains problèmes de géométrie faisant appel aux **triplets pythagoriciens**.