

Mathématiques Sans Frontières

ÉPREUVE DE DÉCOUVERTE ÉDITION 2025

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1 7 pts
Tik-Tak

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Jean ist in die Berge gefahren. Er verbringt das Wochenende in einer Hütte im Tal. Dort hat er weder Strom noch Handy-Empfang.

Ohne Uhr und Mobiltelefon weiß Jean in der Hütte nicht, wie spät es ist. Es gibt dort zwar eine batteriebetriebene Wanduhr, aber sie ist stehengeblieben.

Jean möchte die Wanduhr wieder richtig stellen. Neue Batterien hat er dabei. Er weiß, dass es im nächsten Dorf eine Kirche mit einer Kirchturmuhren gibt. Um die Uhrzeit abzulesen, steigt er auf einen Hügel. Von dort kann er die Kirchturmuhren sehen. Der Weg auf den Hügel ist steil, und so braucht Jean für den Aufstieg doppelt so lang wie für den Abstieg.

Erklärt, wie Jean vorgehen muss, um die Wanduhr in der Hütte so genau wie möglich zu stellen.

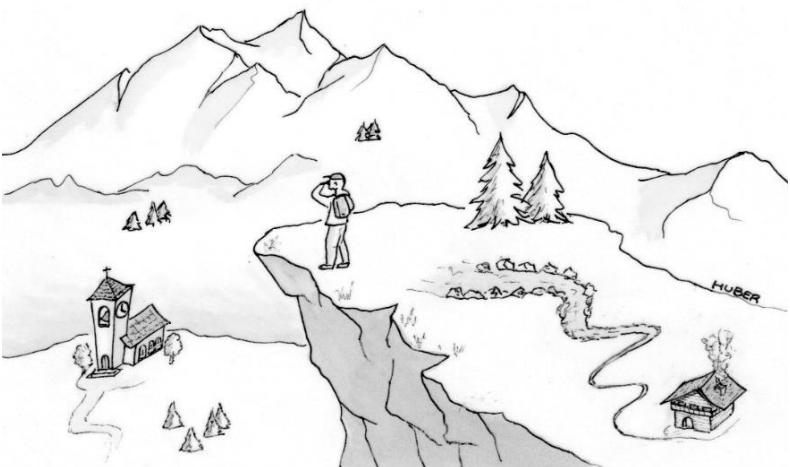
Jean trascorre un fine settimana in un rifugio in montagna in fondo a una valle. Il rifugio non ha né elettricità né rete telefonica.

Giunto sul posto, senza orologio né telefono, Jean non ha possibilità alcuna di conoscere l'ora. Nel rifugio c'è un orologio a pila, fermo, che non si può spostare.

Jean ha con sé delle pile nuove e spera di riuscire a regolare l'orologio sull'ora corretta.

Sa che nel villaggio vicino c'è una chiesa con un orologio. Sale, quindi, sulla cima di una collina da cui può vedere l'orologio per leggere l'ora indicata in un tempo trascurabile e scende immediatamente. Nella salita, data la ripidità, impiega il doppio del tempo rispetto alla discesa.

Spiegate come Jean possa procedere per regolare l'orologio del rifugio sull'ora corretta con la maggiore precisione possibile.



Jean pasa un fin de semana en un chalé de montaña en el fondo de un valle. Este chalé no tiene electricidad y ninguna red telefónica. Una vez llegado al sitio, sin reloj ni teléfono, Jean no tiene ningún medio para saber la hora. En el chalé hay un reloj de pared de pilas, parado, que no podemos trasladar. Entre sus cosas hay pilas nuevas. Quiere poner este reloj en hora. Sabe que hay una iglesia con un reloj en el pueblo más cercano. Para leer la hora en su campanario, sube a la cima de una colina desde donde ve el campanario. Como la cuesta para subir la colina es empinada, tarda el doble de tiempo en subir que en bajar.

Explica como Jean puede proceder para poner en hora el reloj del chalé de la manera más precisa posible.

Jean spends a weekend in a mountain chalet at the bottom of a valley. This cottage has no electricity and no telephone network.

Once there, without a watch or phone, Jean has no way of knowing the time. In the chalet there is a battery-operated clock, which has stopped, and which cannot be moved.

In his belongings, he has brand new batteries. He wants to set this clock to the correct time.

He knows that there is a church with a clock in the nearest village. To read the time on its bell tower, he climbs to the top of a hill from where he can see it. Since the hill has a steep slope, it takes twice as long to go up as it does to go down.

Explain how John can go about setting the clock in the chalet to the correct time as accurately as possible.

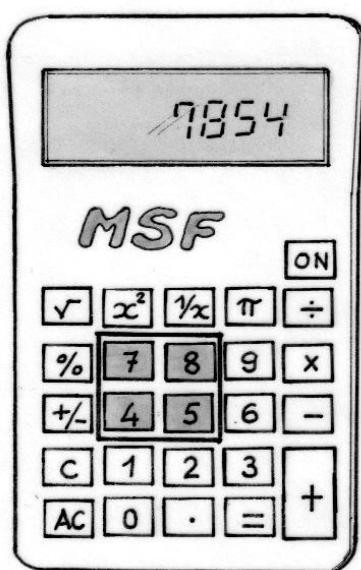
Exercice 2 5 pts
Colliers

Marion réalise des colliers chacun composé de cinq perles blanches et trois perles noires.

La figure ci-contre montre un exemple.

Dessiner les différents colliers de perles que Marion peut réaliser.

Exercice 3 7 pts
Carré de touches



Laura choisit au hasard quatre touches adjacentes, parmi les touches de 1 à 9 du clavier numérique de sa calculatrice formant un carré.

Ensuite, elle appuie successivement sur chacune de ces quatre touches en commençant par n'importe laquelle, mais en tournant toujours dans le sens des aiguilles d'une montre.

Elle peut ainsi écrire quatre nombres à quatre chiffres différents.

Elle se souvient du critère de divisibilité suivant : « Soit $abcd$ un nombre à quatre chiffres. Si $a - b + c - d$ est égal à zéro alors $abcd$ est divisible par 11 ».

Elle énonce la proposition suivante : « Les quatre nombres ainsi obtenus sont tous divisibles par 11 quel que soit le carré de touches choisi. »

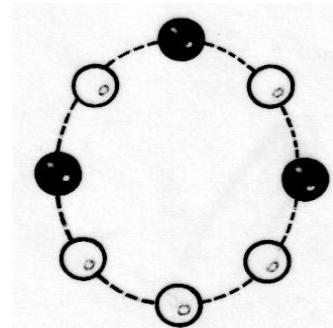
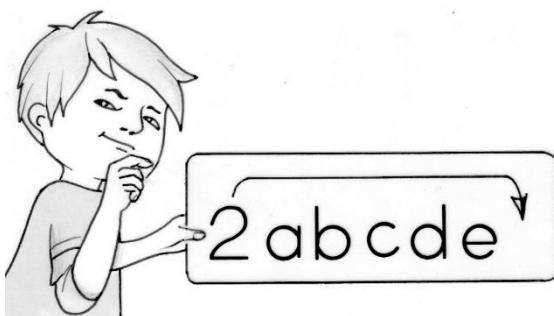
En appelant n le premier chiffre tapé, démontrer cette proposition en utilisant le critère de divisibilité.

Exercice 5 7 pts
Côté obscur

Dans un monastère de l'Himalaya se trouve un disque étrange de diamètre 1 m. Il représente l'équilibre des énergies sur terre. Quand tout va bien, les deux parties, claire et sombre, ont la même aire. Depuis quelques temps, le côté sombre gagne en énergie. Sur le disque, l'aire de la partie sombre est 1,5 fois plus grande que l'aire de la partie claire.

Calculer le rayon AC.

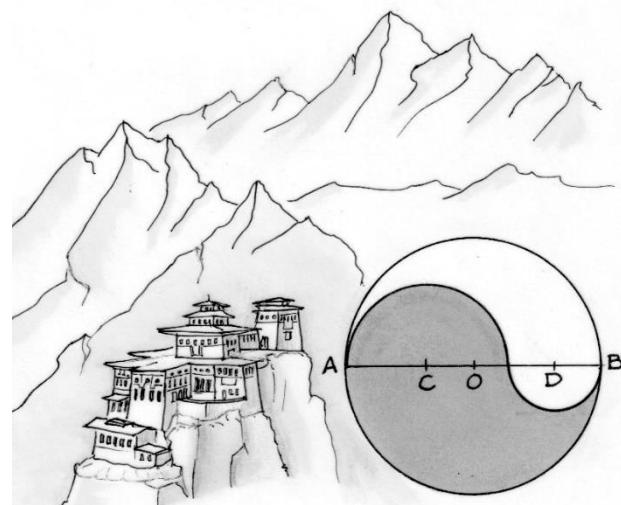
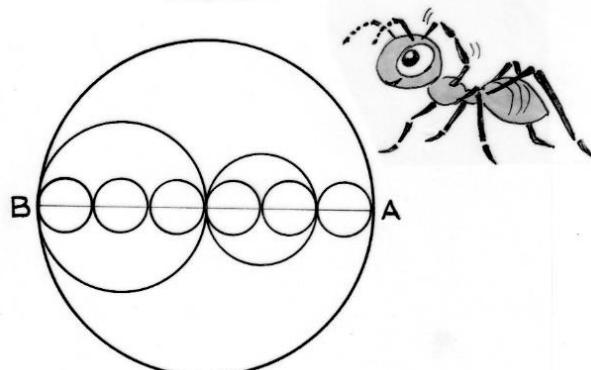
Dessiner ce disque à l'échelle 1/10.



Exercice 4 5 pts
Fourmidable

Une fourmi doit aller du point A au point B en ne suivant que des arcs de cercles. Les centres de tous les cercles sont alignés et $AB = 12$.

Calculer la plus courte longueur des trajets.



Exercice 6 5 pts
Le début de la fin

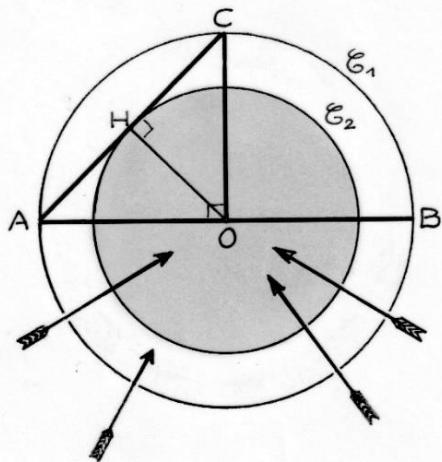
Un nombre à six chiffres commence par le chiffre 2.
Si je déplace le chiffre 2 à la fin du nombre, le nombre à six chiffres obtenu est plus grand de 461 214 que le premier nombre.

Trouver le nombre de départ. Expliquer.

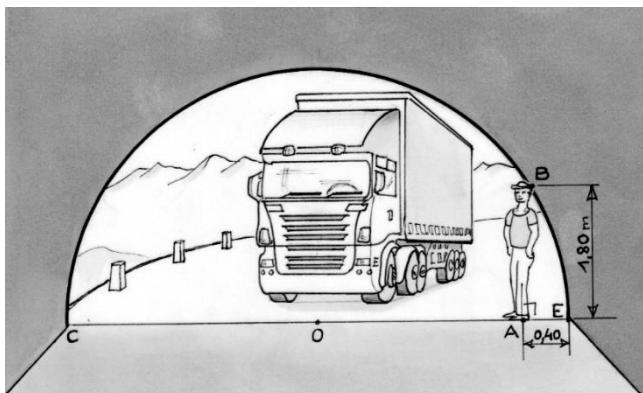
Exercice 7 7 pts
Partage ciblé

Pour la kermesse de son école, Samuel envisage de fabriquer une cible pour un jeu de lancer de fléchettes. Sa cible sera constituée de deux cercles concentriques définissant deux zones l'une de couleur blanche et l'autre de couleur grise. Par souci d'égalité des chances, il souhaite que ces deux zones aient la même aire. Il commence par tracer le cercle C_1 de centre O et de rayon 20 cm. Pour tracer le cercle C_2 , il réalise les constructions indiquées sur le dessin.

Tracer, à l'échelle 1/2, la cible avec les deux zones en détaillant votre programme de construction étape par étape. Les zones grise et blanche ont-elles la même aire ? Justifier.



Exercice 9 7 pts
Les routes de l'impossible



Exercice 10 10 pts
Carrément grandiose

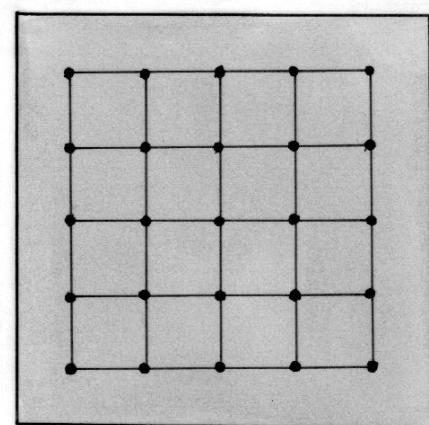
Soit un triangle ABC de base $AC = 10 \text{ cm}$ et de hauteur $BH = 10 \text{ cm}$. La figure ci-contre permet de construire le plus grand carré à l'intérieur du triangle ABC dont un côté repose sur la base [AC]. On considère un carré LMNP dont les sommets L et M sont sur [AC] et dont le sommet N est sur [BC]. La droite (CP) coupe [AB] en R. R est un des sommets du plus grand carré qui répond au problème.

*Construire la figure.
Calculer la longueur du côté de ce carré. Expliquer votre démarche.*

Exercice 8 5 pts
Points²

Sur ce quadrillage, on a placé 25 points sur un carré de côté 4 unités. On peut tracer beaucoup de carrés dont les sommets sont des points du quadrillage.

Donner toutes les dimensions possibles de ces carrés.

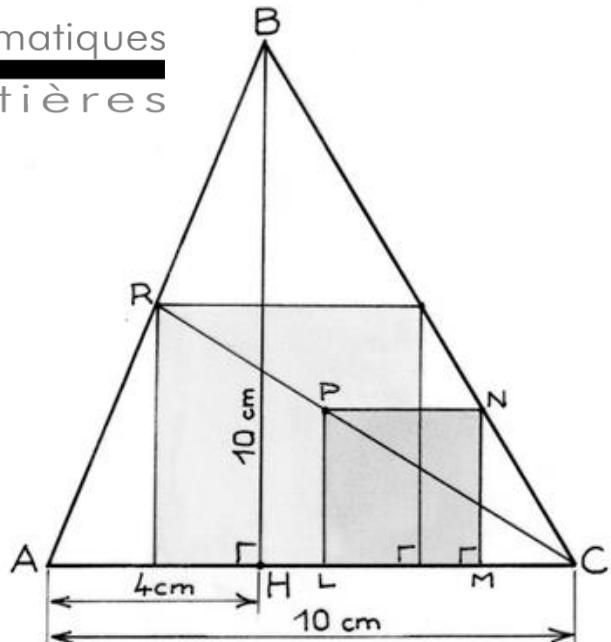


Un chauffeur de camion aimeraient traverser un tunnel de forme semi-circulaire de centre O. Il s'inquiète car la hauteur du tunnel n'est pas indiquée. Il sort du camion.

Il se place au point A et prend deux mesures : $EA = 0,40 \text{ m}$ et $AB = 1,80 \text{ m}$. $[AB]$ est perpendiculaire au sol. Le camion mesure 2,40 m de largeur et 4,10 m de haut.

Calculer la hauteur du tunnel puis expliquer si le camion peut le traverser.

**Mathématiques
SANS
Frontières**



SPÉCIAL SECONDE



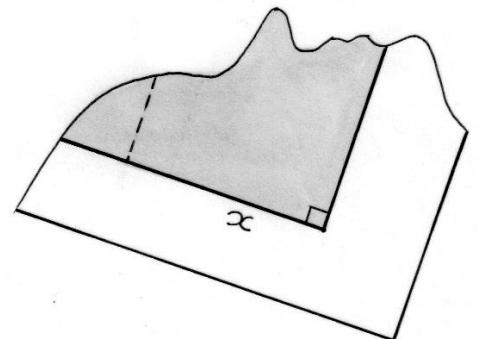
Exercice 11 5 pts
Jeu habile

Frieda dispose de cinq billes rouges et cinq billes bleues indiscernables au toucher. Elle répartit ces dix billes dans deux sachets opaques. Julia, son amie, pioche, sans regarder, une bille de chaque sachet.

Comment Frieda doit-elle répartir les billes entre les deux sachets pour que Julia ait le plus de chances de piocher deux billes rouges ? Expliquer votre réponse.

Exercice 12 7 pts
Ça déchire !

Sur le bout de papier déchiré ci-contre, il reste un morceau d'une figure dont le périmètre est $10x + 4$ et l'aire $5x^2 + 4x$.



Exercice 13 10 pts

Triplets

Un triplet pythagoricien, noté (a, b, c) est formé de trois nombres entiers a, b et c tels que $a^2 + b^2 = c^2$.

Ce sont les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.

On obtient tous les triplets pythagoriciens (a, b, c) à l'aide des formules :

$$a = m^2 - n^2$$

$$b = 2mn$$

$$c = m^2 + n^2$$

où m et n sont des entiers positifs non nuls et m supérieur à n .

Un triplet (a, b, c) est dit primitif si a, b et c n'ont qu'un seul diviseur commun positif 1.

Calculer le triplet pythagoricien primitif (a, b, c) obtenu avec $m = 5$ et $n = 4$.

Trouver les quatre triplets pythagoriciens primitifs obtenus avec $b = 2024$.



Tablette babylonienne - Plimpton 322

Mathématiques
SANS
Frontières