Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2019

Exercice 1 – *Bike and Run* – 7 points -

À pied, Lucille va $\frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ fois plus vite que Chloé et en vélo, Chloé va $\frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ fois plus vite que Lucille. Les deux filles arrivent ensemble si Lucille court $\frac{5}{4}$ fois plus que Chloé et si Chloé roule $\frac{5}{4}$ plus que Lucille. Sur 9 km, cela veut dire que Lucille court 5 km et roule 4 km tandis que Chloé court 4 km et roule 5 km. Sur 27 km, Lucille va donc courir 15 km et rouler 12 km tandis que Chloé court 12 km et roule 15 km. Cela dure au total 2heures et 15 minutes. Pour l'organisation, il y a plusieurs possibilités, par exemple…

Quelques remarques s'imposent :

- Si Chloé court 8 km en 1 h et Lucille en court 10, elles font 18 km ensemble en 1 h, et comme elles doivent en courir 27, il reste 9 km, la moitié, soit 30 minutes de.
- De même si en 1 h, elles totalisent 36 km de vélo, il leur faudra 30 minutes pour faire 18 km, donc la moitié, 15 min de plus pour l'une ou l'autre pour faire les 9 km restants.
- Soit au total 1 h + 30 min + 30 min + 15 min, soit **2 h 15 min**.

Une remarque : le résultat est indépendant de la personne qui part en premier avec le vélo.
De nombreuses solutions, par exemples :

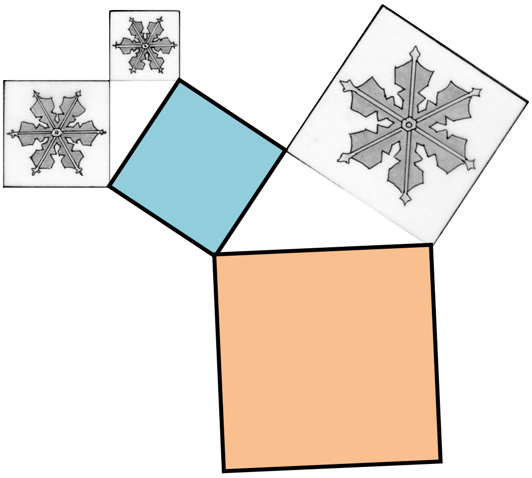
- Chloé roule 15 km en 45 min, pose le vélo au bout du 15^e km et termine sa course de 12 km en 1 h 30 min. Elle franchit donc la ligne d'arrivée 2 h 15 min après son départ.
  Lucille part à pied en même temps que Chloé, elle court 15 kmpendant 1h 30 min où elle trouve le vélo que Chloé a déposé 45 min plus tôt. A 16 km/h, il ne lui faut que 45 min pour franchir la ligne d'arrivée… en même temps que Chloé.
- Lucille roule 12 km en 45 min et pose donc le vélo au bout du 12^e km, puis elle termine sa course à pied sur 15 km en 1h 30 min, soit avec un temps total de 2h 15 min.
  Chloé court pendant 1 h 30 min et arrive au bout du 12^e km où elle trouve le vélo déposé par Lucille, et elle termine ses 15 km de vélo en 45 min, avec un même temps total que Lucille.
- On peut même trouver plus compliqué, par exemple.
  Chloé : 10 km à vélo (30 min), 12 km à pied (1 h 30 min) et 5 km à vélo (15 min)
  Lucille : 10 km à pied (1 h), 12 km à vélo (45 min) et 5 km à pied (30 min)

Exercice 2 – *Demandez le programme* – 5 points -

Le programme sera le suivant :

Répéter *2 fois*
[***Avancer*** *de* 4 *cases* ; ***Tourner*** à *gauche*]
Répéter *4 fois*
[***Avancer*** *de* 1 *case* ; ***Tourner*** à *gauche* ; ***Avancer*** *de* 1 *case* ; ***Tourner*** à *droite*]

Remarque : *Les élèves qui auront remis le robot en position initiale, auront deux instructions supplémentaires.*



Exercice 3 – *Somme aire* – 7 points -

On applique le théorème de Pythagore.
La somme des aires des carrés A et B est l'aire du carré bleu.
La somme des aires des carrés « bleu » et C est l'aire du carré « orange ».
Donc, le carré « orange a la même aire que la somme des aires des carrés A, B et C.

Remarque : *Le dessin n'est pas en grandeur réelle demandée. Voir feuille annexe (en fin de document).*

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 4 – *Garder la ligne* – 5 points -

Il suffit de tracer les droites passant par l'origine du repère et chacun des points.
Deux points se trouvant sur la même droite indiquent que les fruits dans les deux sachets correspondants ont le même prix par kilogramme. D'où **K = P**.
La droite ayant la pente la plus forte indiquera le fruit qui aura le prix au kilogramme le plus élevé.
On trouve le classement suivant :

B < G < C < R < K = P < F

Exercice 5 – *Le fluide affleure* – 7 points -

Soit L la longueur et l la largeur de la base du récipient.
Le volume d'eau peut s'écrire : V = $10(L \times l - 100)$ ou V = $20(L \times l - 400)$.
De l'égalité de ces expressions, on obtient : $L \times l$ = 700.
Le volume d'eau est donc de 6000 cm³ ou 6 litres.
700 peut s'écrire de neuf façons en produit de deux entiers, mais a et b doivent être supérieurs à 20 pour que l'immersion du grand cube soit possible.
Alors on obtient : L = 28 et l = 25
(L = 35 et l = 20 pourra être acceptée comme 2e solution, quoique le grand cube ne rentre pas bien dans l'aquarium dans ce cas)
La base de l'aquarium mesure 28 cm sur 25 cm. Sa contenance est de 6 litres.

Exercice 6 – *D'entiers* – 5 points -

Si une roue « tourne » d'une dent, toutes les autres « tournent » d'une dent.
Lorsque A fait un tour, B « tourne » de 14 dents.
Lorsque A fait n tours, B « tourne » de 14n dents. Pour que B tourne d'un nombre entiers de tours, il faut que 14n soit un multiple de 18, cela se produit la première fois pour n = 9.
Le nombre minimum de tours que doit faire la roue A pour que les roues A et B effectuent chacune un nombre entier de tours est 9.

$$\frac{14 \times 9}{18} = 7$$

Dans ce cas la roue B aura effectué 7 tours.

Exercice 7 – *Tétraèdre des milieux* – 7 points -

Soient M, N et P les milieux des côtés du triangle ABC.
Quand on relève les faces latérales du tétraèdre, les projetés de leurs pointes sur le plan de base se déplacent sur des droites respectivement perpendiculaires aux axes de rotation (NP), (MP) et (MN) de ce mouvement, jusqu'à se rejoindre en H, le projeté du sommet S du tétraèdre.
Sachant que (NP), (MP) et (MN) sont chacune parallèle à un côté du triangle, leurs perpendiculaires (AH), (BH) et (CH) sont les hauteurs du triangle ABC, et on conclut :
H est l'orthocentre du triangle ABC.

Exercice 8 – *Six chiffres* – 5 points -

La seule solution est : $\mathbf{54 \times 3 = 162}$

Exercice 9 – *Exercice timbré* – 7 points -

Voici trois dispositions possibles (il y en a d'autres !)

5	4	3	2
3	2	1	5
1	5	4	3
4	3	2	1

3	5	4	2
4	2	1	3
1	3	5	4
5	4	2	1

2	1	4	3
3	5	2	1
1	4	3	5
5	2	1	4

Exercice 10 – *Ça balance* – 10 points -

Concernant les masses des récipients vides, on remarque avec les seules informations des indications des balances de la colonne de gauche :
$m_A > m_B > m_C$ et $m_D > m_A + m_B$ donc $m_D > m_A$
Le classement des récipients du plus léger au plus lourd lorsqu'ils sont vides est : C < B < A < D.

On s'intéresse maintenant aux récipients pleins, on remarque avec les seules informations des indications des balances de la colonne de droite :
$M_A = M_B = M_D$ et $M_C > M_B$

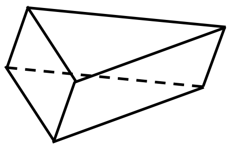
On appelle P_A, P_B, P_C, P_D les masses de liquide contenues dans chaque récipient :
$m_A + P_A = m_B + P_B = m_D + P_D$
On en déduit compte tenu de la première question: $P_D < P_A < P_B$.

$M_C > M_B$ se traduit par $m_C + P_C > m_B + P_B$, or $m_c < m_B$, alors $P_C < P_B$

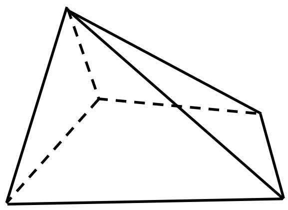
Le classement des récipients dans l'ordre croissant du volume qu'ils peuvent contenir est : D < A < B < C.

Exercice 11 – *Paire de pentaèdres* – 5 points (2nde)-

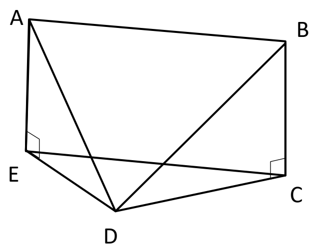
Ci-dessous deux pentaèdres qui n'ont pas le même nombre d'arêtes :



9



8



Exercice 12 – *La digue de Malo* – 7 points (2nde)-

Lily arrive en A. AE = BC = 5 m, hauteur de la digue.
Le triangle ABD est rectangle isocèle en B.
D'après Pythagore AD = $10\sqrt{2}$ et la pente est $\frac{AE}{AD} = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \approx 0{,}353$

ce qui en pourcentage correspond à une **inclinaison de 35 %.**
Si par contre l'inclinaison doit être de 25 %, $\frac{AE}{AD} = 0{,}25$; $AD = \frac{5}{0{,}25} = 20$ et $\cos\widehat{ADB} = \frac{10}{20}$ $\widehat{ADB} = 60°$

Lily devra s'écarter de 60°.

Exercice 13 – *Défis de dés* – 10 points (2nde GT)-

A \ B	2	4	10
3	B	A	A
5	B	B	A
8	B	B	A

Si on fait un inventaire des possibilités, à l'aide d'un tableau 3 × 3, on arrive à la conclusion que **la probabilité qu'Anatole surpasse Barnabé est de 4/9.**

Si on se limite à des nombres entiers, les seuls dés répondant au défi de Chloé sont les dés :
C_1 avec les nombres 1 ; 6 et 9 et C_2 avec les nombres 1 ; 7 et 9.

A / C	2	4	10
1	A	A	A
6	C	C	A
9	C	C	A

B / C	3	5	8
1	B	B	B
6	C	C	B
9	C	C	C

Ci-contre, les résultats avec le dé C_1.
(Il en est de même pour le dé C_2.)
Avec C_1 ou C_2, Chloé a 4 chances sur 9 de gagner contre Anatole et 5 chances sur 9 de gagner contre Barnabé.

Remarque : *D'autres triplets (x, y, z) non entiers peuvent être solution pour peu qu'ils vérifient l'une des trois conditions suivantes :* $(x < 2 \text{ et } 5 < y < 8 \text{ et } 8 < z < 10)$
ou $(3 < x < y < 4 \text{ et } 8 < z < 10)$
ou $(x < 2 \text{ et } 8 < y < z < 10)$

Exercice 13 – *Géométrie sous verre* – 10 points (2nde PRO)-

Dans la position recherchée, le centre de gravité du triangle équilatéral se trouve à 5 cm du sommet, ou 2,5 cm de la base.
À partir de la modélisation ci-contre et en utilisant le théorème de Pythagore, on obtient :
$c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 7{,}5^2$ ou $\left(\frac{c}{2}\right)^2 + 2{,}5^2 = 5^2$
d'où c = $5\sqrt{3}$ cm .

Avec un logiciel de géométrie dynamique :

On peut par exemple:

Faire un triangle équilatéral en utilisant un curseur pour la longueur des côtés

Tracer des cercles de rayon 5 à partir de chaque sommet.

Puis varier la longeur pour avoir une intersection triple.

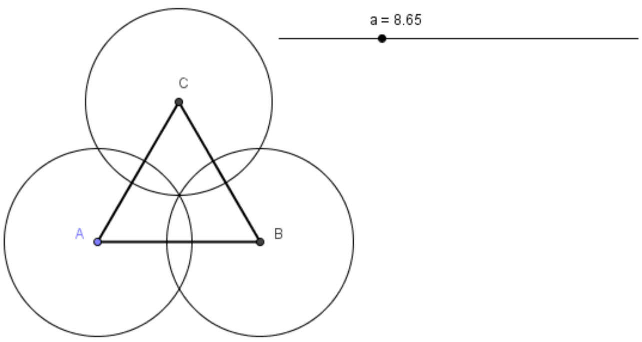


Figure en grandeur réelle de l’exercice n°3